Université de Bouira
Faculté des sciences
Département de mathématiques
2ème Année Licence LMD

Nom et Prenom : .... G ....

Module: **Logique Mathematique**
2022-2023

Interrogation (TD)

Exercice 1 : Trois touristes font chacun une déclaration :

- 1er touriste : « Nous avons visité **B**ouira et **M**sila mais pas **A**drar »
- 2ème touriste : « Nous avons visité **A**drar et **M**sila mais pas **B**ouira »
- 3ème touriste : « Nous avons visité **B**ouira et **A**drar mais pas **M**sila »

Sachant que chaque touriste **ment une et une seule fois** dans sa déclaration, qu'est ce qu'ils ont réellement visité ?

(كل سائح من السياح الثلاث كذب مرة واحدة فقط **1** في تصريحه)

Solution :

Soient B, J et A trois variables propositionnelles symbolisant :

- B : visite du **B**ouira
- M: visite du **M**sila
- A : visite d' **A**drar

Les déclarations des trois touristes peuvent être formalisées comme suit :

- 1er touriste : $B \wedge M \wedge \neg A$
- 2ème touriste : $\neg B \wedge M \wedge A$
- 3ème touriste : $B \wedge \neg M \wedge A$

Sachant que chaque touriste a menti une et une seule fois dans sa déclaration, la réalité de ce qu'ils ont réellement visité peut être :

- ✓ 1er touriste : $\{\neg B \wedge M \wedge \neg A,\ B \wedge \neg M \wedge \neg A,\ \mathbf{B \wedge M \wedge A}\}$
- ✓ 2ème touriste : $\{\mathbf{B \wedge M \wedge A},\ \neg B \wedge \neg M \wedge A,\ \neg B \wedge M \wedge \neg A\}$
- ✓ 3ème touriste : $\{\neg B \wedge \neg M \wedge A,\ \mathbf{B \wedge M \wedge A},\ B \wedge \neg M \wedge \neg A\}$
- ❖ La proposition commune à ces ensembles de propositions est $\mathbf{B \wedge M \wedge A}$; donc les trois touristes ont visité **B**ouira, **M**sila et **A**drar.

Vérification : à partir de la réalité $B \wedge M \wedge A$, on peut retrouver les déclarations des trois touristes :

le 1er a menti en **A**, le 2ème en **B** et le 3ème en **M**.

....

Exercice 1 : Trois étudiants, d'une même section, font chacun une déclaration sur les cours qu'ils ont eu le jour du récit :

- 1er étudiant : « Aujourd'hui nous avons eu : **A**nalyse numérique, **L**ogique et **SI**. »
- 2ème étudiant : « Aujourd'hui nous avons eu : **S**I, mais pas **A**nalyse numérique, ni **L**ogique.»
- 3ème étudiant : « Aujourd'hui nous avons eu : Analyse numérique, mais pas SI, ni Logique.»

Sachant que chaque étudiant **a menti exactement deux fois**, dans sa déclaration ; qu'est ce qu'ils ont eu réellement comme cours le jour du récit.

(كل طالب من الطلبة الثلاث كذب مرتين **2** في تصريحه)

Solution :

Soient les variables propositionnelles A, L, et S dénotant :

- A = « cours d'Analyse numérique » ,
- L = « cours de Logique » ,
- S = « cours de SI ».

Les déclarations des trois étudiants peuvent être formalisées comme suit :

- 1er étudiant : $A \wedge L \wedge S$
- 2ème étudiant : $S \wedge \neg A \wedge \neg L$
- 3ème étudiant : $A \wedge \neg S \wedge \neg L$

Chaque étudiant a menti exactement deux fois dans sa déclaration, par conséquent :

- la vérité d'après la déclaration du 1er étudiant est un élément de l'ensemble

- ✓ $\{ \neg A \wedge \neg L \wedge S ,\ \neg\mathbf{A} \wedge \mathbf{L} \wedge \neg\mathbf{S} ,\ A \wedge \neg L \wedge \neg S \}$;
- ✓ de même pour le second : $\{ \neg S \wedge A \wedge \neg L ,\ \neg\mathbf{S} \wedge \neg\mathbf{A} \wedge \mathbf{L} ,\ S \wedge A \wedge L \}$;
- ✓ pour le troisième : $\{ \neg A \wedge S \wedge \neg L ,\ \neg\mathbf{A} \wedge \neg\mathbf{S} \wedge \mathbf{L} ,\ A \wedge S \wedge L \}$;

❖ La proposition commune est $\neg\mathbf{A} \wedge \mathbf{L} \wedge \neg\mathbf{S}$, donc ils ont eu Logique mais pas Analyse numérique ni SI.

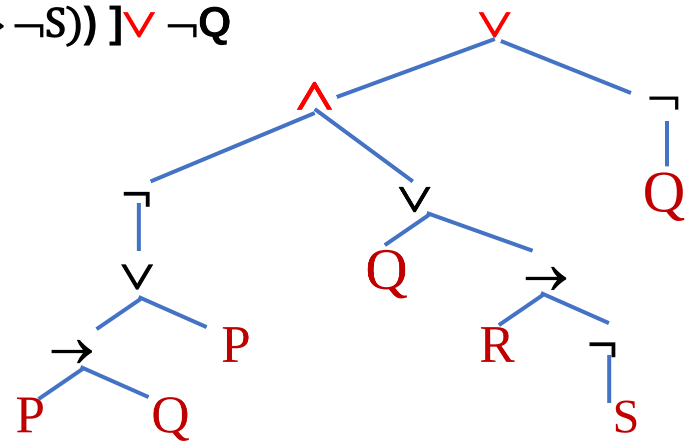
Exercice 2 : Soit la formule $\alpha = \neg ((P \rightarrow Q) \vee P) \wedge (Q \vee (R \rightarrow \neg S)) \vee \neg Q$

- Construire l'arbre de décomposition de la formule α
- Si P = F ; Q = V ; R =V ; S = F ; Évaluer la formule en utilisant **la notation préfixée** .

Solution :

$\alpha = \neg ((P \rightarrow Q) \vee P) \wedge (Q \vee (R \rightarrow \neg S)) \vee \neg Q$

$\alpha = [\neg ((P \rightarrow Q) \vee P) \wedge (Q \vee (R \rightarrow \neg S))] \vee \neg Q$



la notation préfixée

$\vee\wedge\neg\vee\rightarrow P\ Q\ P\vee Q\rightarrow R\neg S\neg Q$

$\vee\wedge\neg\vee\rightarrow P\ Q\ P\vee Q\rightarrow R\neg S\neg V$

$\vee\wedge\neg\vee\rightarrow P\ Q\ P\vee Q\rightarrow R\neg SF$

$\vee\wedge\neg\vee\rightarrow P\ Q\ P\vee Q\rightarrow RVF$

$\vee\wedge\neg\vee\rightarrow P\ Q\ P\vee QFF$

$\vee\wedge\neg\vee\rightarrow P\ Q\ PVF$

$\vee\wedge\neg\vee VPVF$

$\vee\wedge\neg VVF$

$\vee\wedge FVF$

$\vee FF$

F